

REGIONE  
TOSCANA



**Prodotto realizzato con il contributo della Regione  
Toscana nell'ambito dell'azione regionale di  
sistema**

# **Laboratori del Sapere Scientifico**

# LA DIVISIONE

Dal concetto al calcolo

SECONDA/TERZA \ QUARTA  
PRIMARIA

# *Collocazione del percorso nel curricolo verticale*

Il percorso *“La Divisione”*

inizia al termine della seconda primaria e  
si sviluppa in classe terza.

L'avvio in classe seconda è subordinato alla conclusione del percorso sulla moltiplicazione che prevede la costruzione del significato del moltiplicare e la conoscenza delle tabelline.

Lo sviluppo in classe terza avviene contemporaneamente all'introduzione delle moltiplicazioni per 10, 100, 1000.

# *Obiettivi essenziali di apprendimento*

- Esplorare situazioni problematiche che richiedono moltiplicazioni e divisioni tra numeri naturali.
- Verbalizzare le strategie risolutive scelte per la soluzione dei problemi e usare i simboli dell'aritmetica per rappresentarle.
- Calcolare il risultato di semplici moltiplicazioni e divisioni.
- Eseguire semplici calcoli mentali con moltiplicazioni e divisioni, utilizzando le tabelline e la proprietà distributiva.
- Individuare le risorse necessarie per raggiungere l'obiettivo, selezionando i dati forniti dal testo, le informazioni ricavabili dal contesto e gli strumenti che possono risultare utili alla risoluzione del problema.
- Esporre con chiarezza il procedimento risolutivo seguito e confrontarlo con altri eventuali procedimenti.

## *Elementi salienti dell'approccio metodologico*

- La costruzione delle competenze matematiche a cui il percorso conduce, è perseguita in contesti ricchi e motivanti, che permettono agli allievi di attivarsi concretamente in esplorazioni cognitivamente ricche.
- In tali attività è essenziale la mediazione del linguaggio naturale, sia parlato che scritto.
- L'esperienza e la verbalizzazione col linguaggio naturale precedono la formalizzazione e la riflessione sui sistemi di notazione simbolica propri della matematica.
- E' ritenuta determinante la partecipazione attiva degli allievi sia a livello individuale che collettivo.
- I ritmi dell'azione di insegnamento-apprendimento vengono adeguati alle reali esigenze dei bambini .
- la progettazione dell'insegnante è condotta secondo la logica di una didattica lunga, attenta a garantire agli allievi possibilità di costruzioni di significato per gli oggetti di insegnamento-apprendimento.
-

# *Materiali apparecchi e strumenti impiegati*

E' utile l'uso della lavagna multimediale per proiettare :

- le situazioni problema proposte dall'insegnante
- i prodotti dei bambini: rappresentazioni grafiche, scritti, ipotesi di soluzione, .....
- le strategie di calcolo individuate

La proiezione su grande schermo di tali prodotti permette ai bambini un'ottima visualizzazione degli stessi e offre la possibilità di discuterne potendovi fare costante riferimento per individuare modifiche, correzioni, approfondimenti. Si possono, così, realizzare anche, documenti di sintesi pienamente condivisi e compresi perché frutto dell'elaborazione dell'intero gruppo classe.

*Tempo impiegato per la messa a punto preliminare  
nel Gruppo LSS*

1 anno di lavoro (7 incontri di 2h)

*Per la progettazione specifica e dettagliata nella classe*  
1h settimanale

*Tempo-scuola di sviluppo del percorso*  
2h settimanali per almeno 6 mesi in classi diverse

*Per documentazione*  
10h

# Da UMI 2001

*“Fra il secondo e il terzo anno è bene che siano proposti ai bambini vari problemi di divisione, avendo come obiettivi l’acquisizione dei significati fondamentali della divisione e la costruzione della procedura di calcolo scritto dell’operazione. Se è opportuno tenere distinti i due obiettivi, tuttavia è necessario considerare il contributo che il lavoro sulle strategie di calcolo attivate prima dell’introduzione della tecnica di calcolo scritto dà alla costruzione dei significati della divisione.... Naturalmente, è importante che la costruzione dei significati dell’operazione preceda l’introduzione della tecnica di calcolo scritto”.*



Ci sembra interessante, proprio al fine di costruire il significato della divisione, dare al bambino la possibilità di procedere per gradi con la lentezza necessaria a capire un concetto così complesso come quello del dividere.

Proponiamo, quindi, la 1 situazione problematica

La situazione problema è tratta da : Prova invalsi classe seconda 2011\2012

Filippo ha nel borsellino queste monete:



Quanto ha Filippo nel borsellino? \_\_\_\_\_

Filippo, con le monete che ha nel borsellino, vuole comprare delle figurine.  
Ogni pacchetto di figurine costa 60 centesimi.

Quanti pacchetti di figurine può comprare al massimo Filippo? \_\_\_\_\_

Leggi con attenzione il testo e rispondi alle domande.

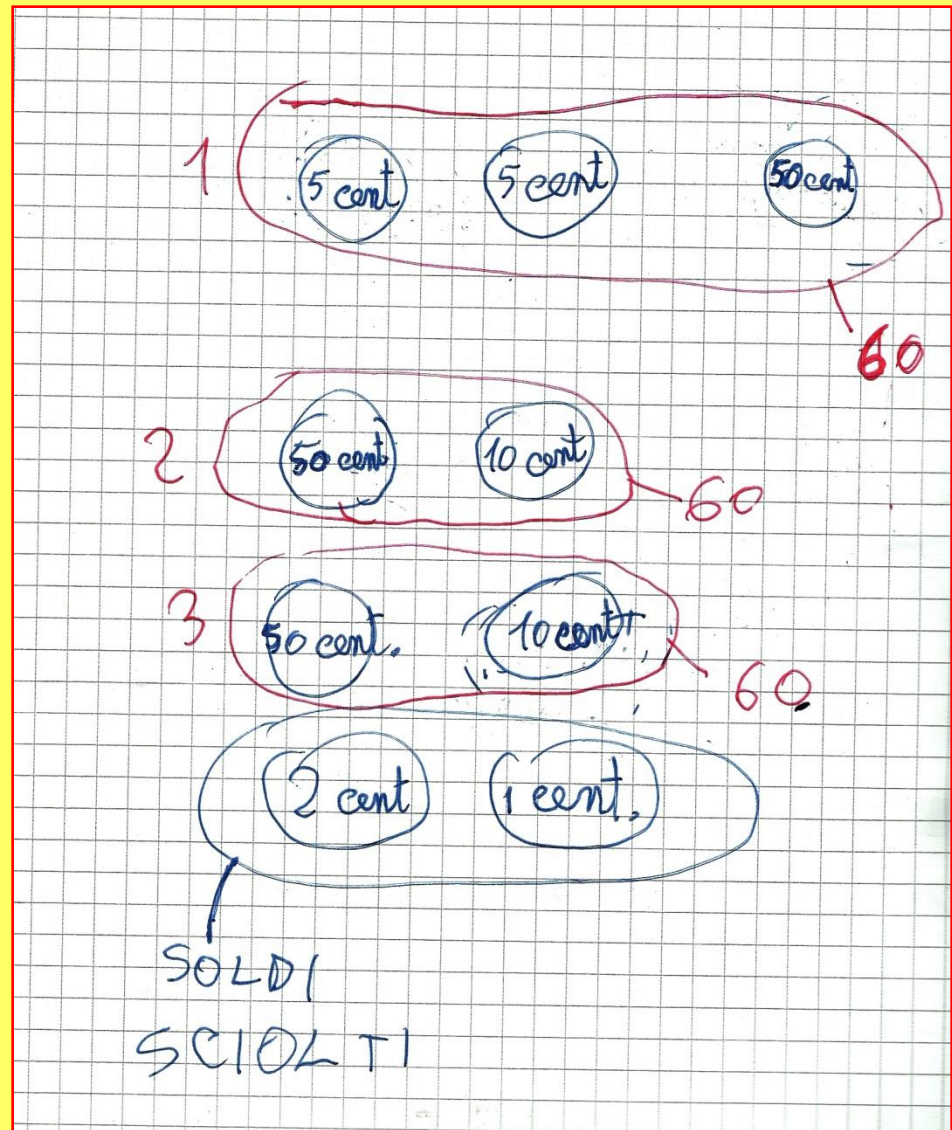
Scrivi come hai lavorato

*“L’alunno deve trovare una strategia per capire quante figurine può comprare al massimo con i centesimi a disposizione. I tentativi che il bambino può mettere in atto nel cercare di rispondere alla domanda posta dal quesito matematico dell’insegnante possono essere di vario tipo ad esempio attraverso raggruppamenti (con tracce grafiche sul foglio) o addizioni ripetute e confronti ( $60+60+60=180$  e  $180 < 183$ ) o altre strategie. L’alunno deve anche interpretare correttamente la locuzione “al massimo”.*

*Ecco alcuni protocolli che mostrano procedimenti risolutivi originali.*

Osserviamo.....

Sara individua subito quanti soldi ha Filippo nel borsellino cioè 1 euro e 83 centesimi, ossia 183 centesimi, poi raggruppa le monete in gruppi da 60 centesimi ciascuna.....



# Scrivi così il suo ragionamento:

Io ho lavorato così:

ho utilizzato i soldi del laboratorio:

ho preso 3 (50 cent.), 2 (5c.), 2 (10c.)

1 (2c.) e 1 (1c.). Li ho suddivisi  
così ( $5c. + 5c. + 50c. = 60 \text{ cent.}$ ) ① poi:

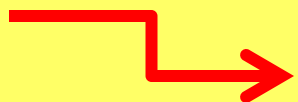
( $50c. + 10c. = 60c.$ ) ② e per finire:

( $50c. + 10c. = 60c.$ ) ③ e rimangono:

3 cent. "sciolti".

Alla fine Filippo può comprare  
3 pacchetti di figurine

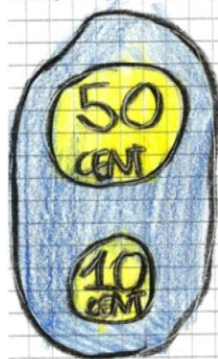
Più o meno  
nello stesso  
modo  
lavora  
anche  
Alessandro  
che introduce  
alcune  
operazioni  
aritmetiche



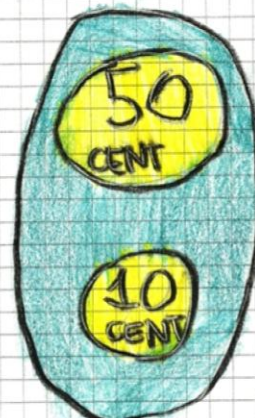
Filippo ha: 183 centesimi, cioè 1€ e 83,  
cioè 1,83 euro

Io ho fatto così:

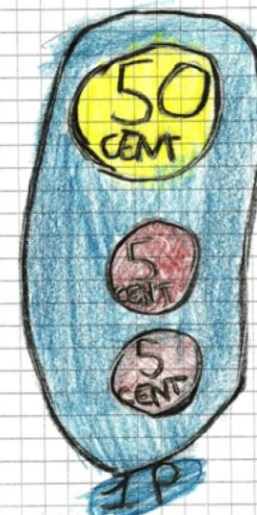
ho sommato prima 50 CENT con 10 CENT 2  
volte, poi ho sommato 50 CENT con 2 da 5  
CENT, così:



1P



1P



1P

In tutta Filippo può comprare 3  
pacchetti di sigarine.

Io ho risolto con queste operazioni

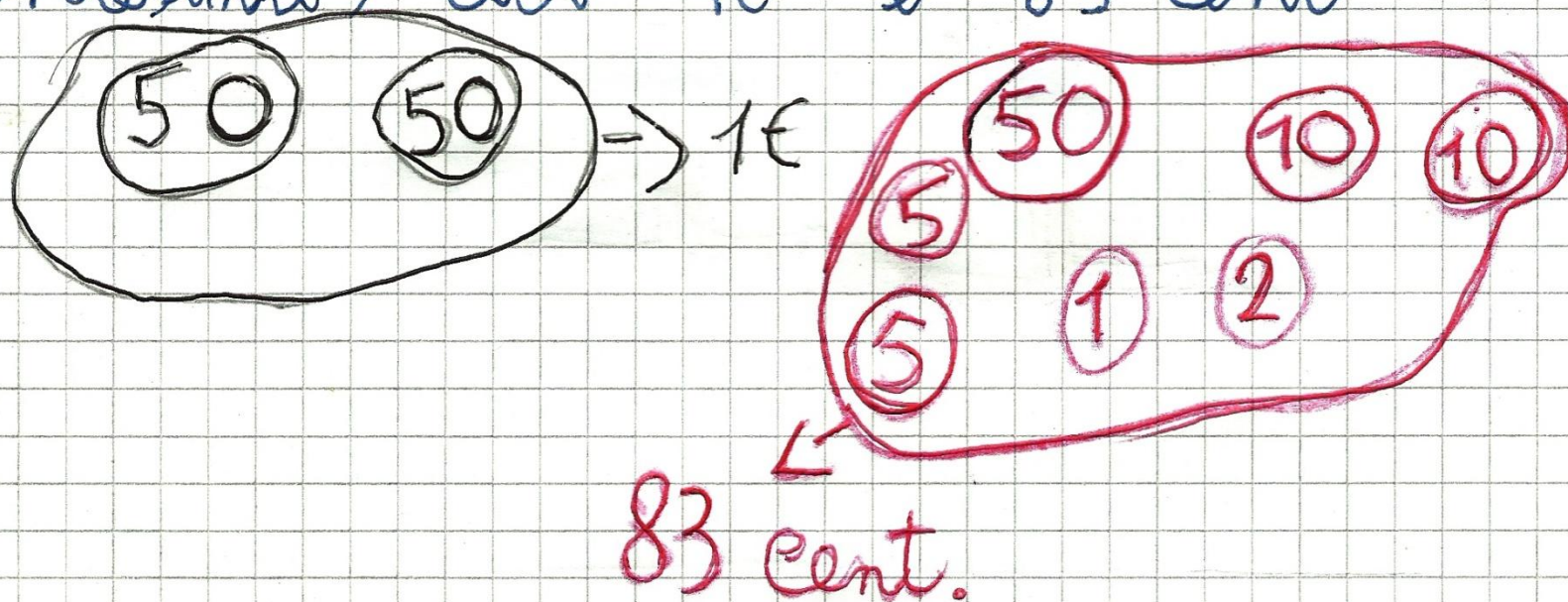
$$50 + 10 = 60$$

$$70 - 10 = 60$$

$$100 - 40 = 60$$

# Il lavoro di Carlotta 1<sup>a</sup> parte

Filippo nel borsellino ha 183  
centesimi, cioè 1€ e 83 cent



...seconda parte

②

un pacchetto      un pacchetto      un pacchetto

Filippo può comprare 3 pacchetti di figurine.

$$50 + 10 = 60$$

$$50 + 10 = 60$$

$$50 + 5 + 5 = 60$$

tutti i sessanta con una sottrazione li tolgo tutti

$$183 - 60 - 60 - 60 = 3$$

e Filippo torna a casa con 3 pacchetti di figurine e gli restano 3 cent.



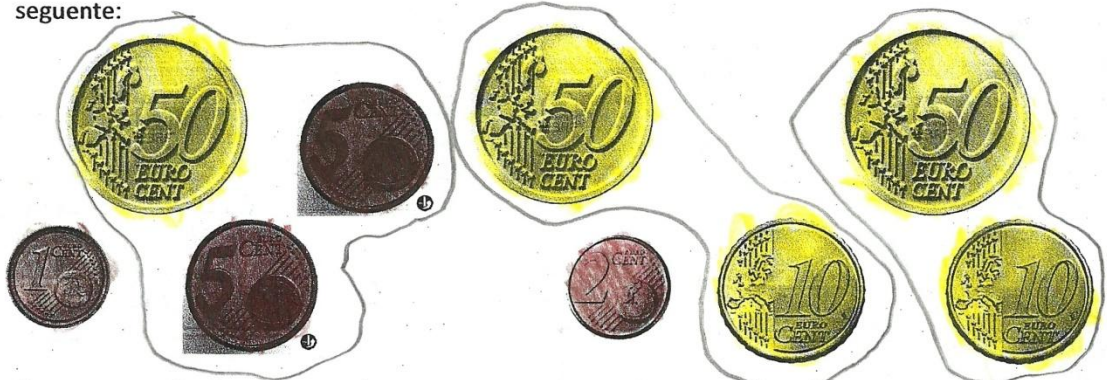
Discutiamo le diverse ipotesi di soluzione, per correggere, completare, arricchire, acquisire nuovi modelli .....e condividere.....

- RIPORTIAMO I MODELLI DI SOLUZIONE INDIVIDUATI IN UNA SCHEDA DI SINTESI CHE DIVENTA DOCUMENTO DI :
- LETTURA
- STUDIO
- RIFLESSIONE CRITICA

### IL BORSELLINO DI FILIPPO

#### DOPO LA DISCUSSIONE SUL LAVORO INDIVIDUALE

Abbiamo compreso che un procedimento interessante per risolvere il problema può essere il seguente:



Raggruppare alcune monete per rappresentare il valore 60 centesimi, costo di un pacchetto di figurine, e, in seguito, considerare "quante volte" si possono spendere 60 centesimi dunque quanti pacchetti di figurine si possono "comprare al massimo".

Ogni raggruppamento di 60 centesimi equivale ad un pacchetto di figurine acquistato:

1 gruppo di 60 cent. → 1 pacchetto di figurine

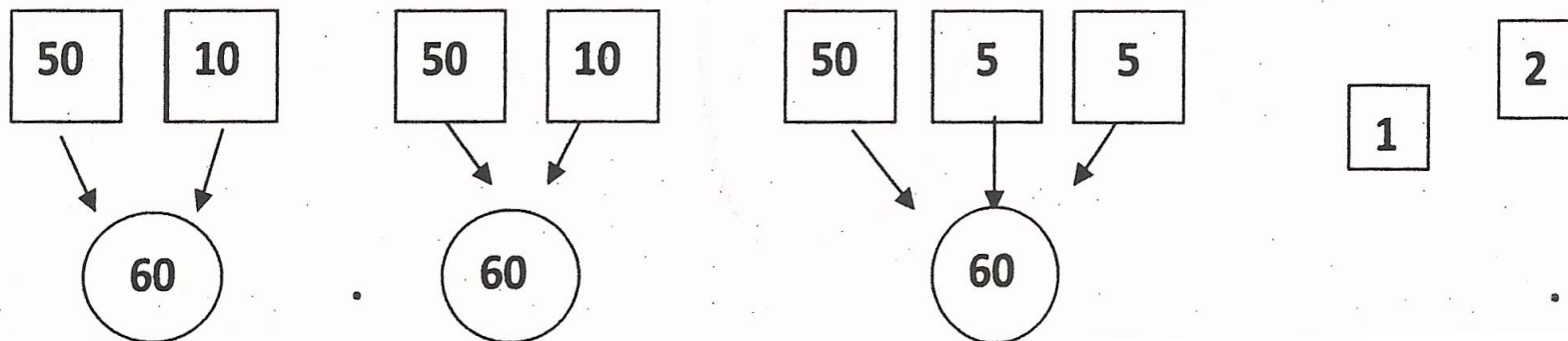
2 gruppi di 60 cent. → 2 pacchetti di figurine

3 gruppi di 60 cent. → 3 pacchetti di figurine

$$60 + 60 + 60 = 180 < 183$$

$$60 \times 3 = 180 < 183$$

Si può lavorare anche solo con i numeri che rappresentano il valore delle monete di Filippo. Si forma il numero 60 in vari modi e poi si toglie "il 60 più volte possibili" come nel lavoro che segue....



Da 183 centesimi TOLGO 60 centesimi e mi rimangono 123 centesimi, TOLGO ancora 60 centesimi e mi rimangono 63 centesimi, TOLGO ancora 60 centesimi e mi rimangono 3 centesimi:

$$183 - 60 = 123 - 60 = 63 - 60 = 3$$

**Posso comprare 3 pacchetti di figurine e mi avanzano 3 centesimi.**

*I protocolli sono interessanti poiché gli allievi mostrano di aver adottato la seguente strategia di soluzione: “raggruppare” alcune monete per rappresentare il valore 60 centesimi, costo di un pacchetto di figurine, e, in seguito, considerare “quante volte” si possono spendere 60 centesimi dunque quanti pacchetti si possono “comprare al massimo”.*

*È del tutto ragionevole ritenere che, nel primo quadrimestre della terza primaria, sia stata questa strategia additiva a consentire una corretta soluzione. Testi simili, a livelli di scolarità successivi, vengono generalmente proposti dall’insegnante come problemi da risolvere ricorrendo a una divisione (cosiddetta di continenza). In proposito, analizziamo ora l’item D30 di una batteria di prove INVALSI per il livello 5, in cui il problema è sostanzialmente lo stesso, ma i risultati sono decisamente peggiori.*

Marta è appassionata di fumetti. La nonna le regala 2,1 euro e Marta decide di spenderli per acquistare dei giornalini che costano € 2,20 l'uno. Quanti giornalini riesce a comprare al massimo?

Dal quaderno 1 Invalsi 2012: "Solo il 35,2% degli allievi risponde correttamente sebbene, anche in questo caso, sarebbe stato sufficiente e, in definitiva, conveniente rispetto alle difficoltà "tecniche" che l'esecuzione della divisione  $20:2,20=...$  comporta, adottare strategie analoghe a quelle descritte per i "buoni solutori" in seconda \ terza primaria. È sufficiente, ad esempio, eseguire una semplice moltiplicazione come addizione ripetuta, ossia  $2,20 \times 10 = 22$  e valutare che, se mancano 20 centesimi all'acquisto del decimo giornalino, allora se ne possono acquistare 9. Si può anche procedere per tentativi che contemplino una stima dell'ordine di grandezza. Come spiegare dunque un risultato significativamente più deludente in quinta rispetto alla seconda? La presenza di numeri decimali è certamente un elemento di complessità da non sottovalutare, tuttavia anche in seconda \ inizio terza non è banale considerare il diverso valore delle monete disegnate. L'esempio in realtà sembra essere paradigmatico.

# *Si può avanzare l'ipotesi che.....*

*In prassi didattiche generalizzate, non vengano valorizzate altre strategie di soluzione, magari meno "elegant" dal punto di vista del sapere adulto, ma ugualmente efficaci e che, soprattutto, contemplino il ricorso ad operazioni di cui l'allievo domina il "senso".*

*Nel caso considerato, ad*

*esempio, ricorrere alla moltiplicazione come addizione ripetuta (ragionamento di tipo additivo) può consentire di risolvere il problema anche ad allievi che ancora non padroneggiano con sufficiente sicurezza il significato della moltiplicazione e della sua operazione inversa.*

*È plausibile dunque che l'introduzione troppo precoce o di carattere trasmissivo di soluzioni formalizzate, soprattutto quelle più complesse, non solo sia improduttiva dal punto di vista dell'apprendimento, ma inibisca perfino la ricerca di possibili soluzioni che facciano leva su competenze acquisite.*

*Comunque, l'abitudine al calcolo mentale, alla stima e al controllo semantico del risultato sono tutti fattori che possono contribuire anche al consolidamento dell'abilità nell'esecuzione della procedura standard di divisione."*

*Proporre alla classe problemi vari offre occasioni di apprendimento che affinano le abilità e le competenze degli allievi nell'attività di risoluzione, soprattutto se ci si avvale della discussione per confrontarsi su errori o su diverse possibili strategie di soluzione.*



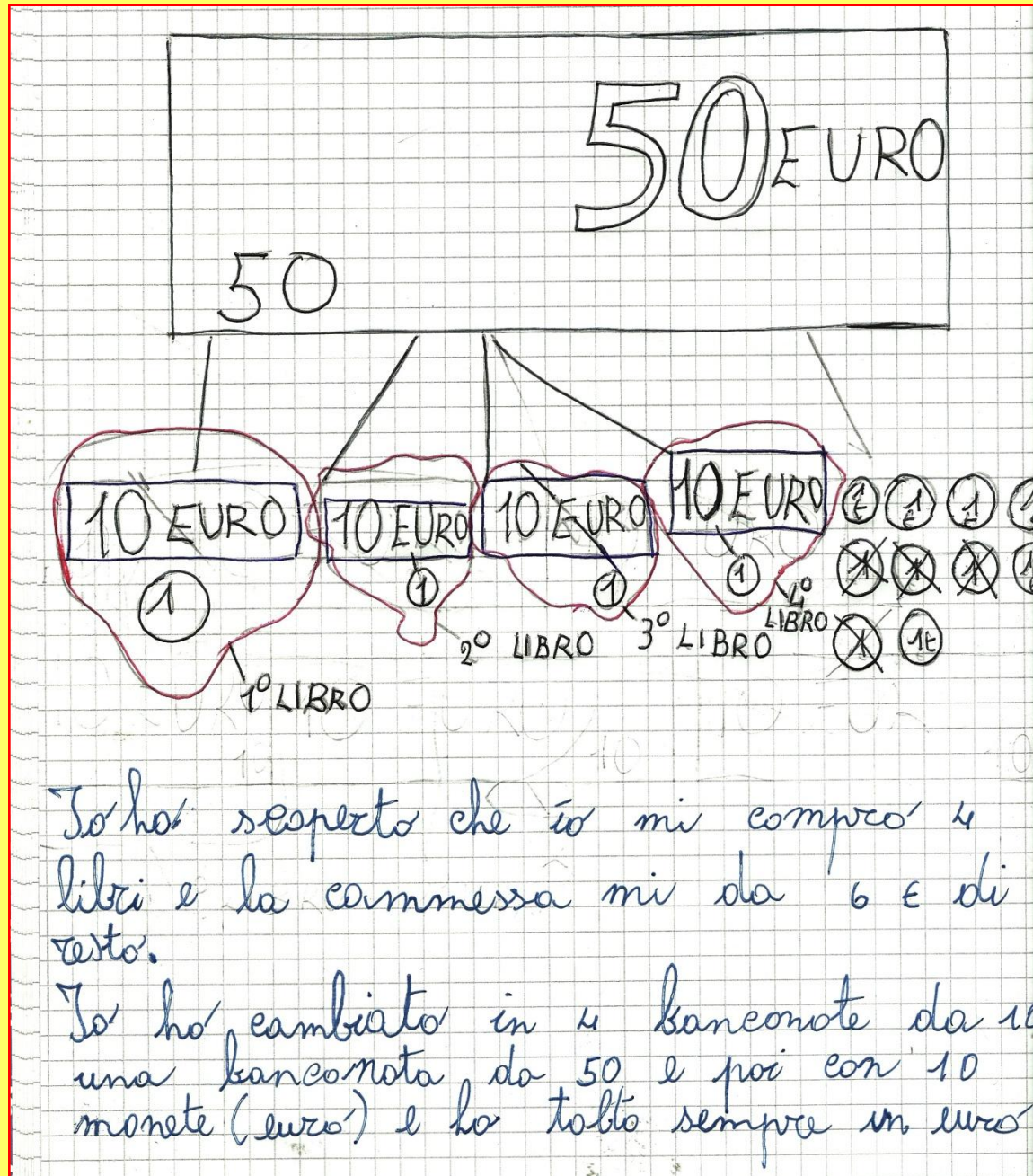
VEDIAMO COME I BAMBINI NEL RISOLVERE UN PROBLEMA  
SIMILE A QUELLO PRECEDENTE RIESCONO AD UTILIZZARE I 3  
MODELLI DOCUMENTATI

- Il testo del problema proposto è il seguente:

QUANTI LIBRI DAL COSTO DI 11 € PUOI COMPRARE CON UNA BANCONOTA DA 50 €?

Disegna, rifletti, scrivi il ragionamento....

# Primo protocollo



Io ho scoperto che io mi compro 4 libri e la commessa mi dà 6 € di resto.

Io ho cambiato in 4 banconote da 10 una banconota da 50 e poi con 10 monete (euro) e ho tolto sempre un euro

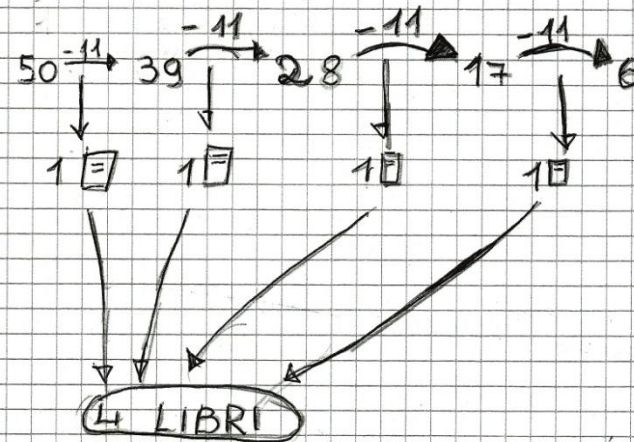
# SECONDO

# PROTOCOLLO

50 €

11 € = 1 LIBRO

 = LIBRO



*Immaginazione*

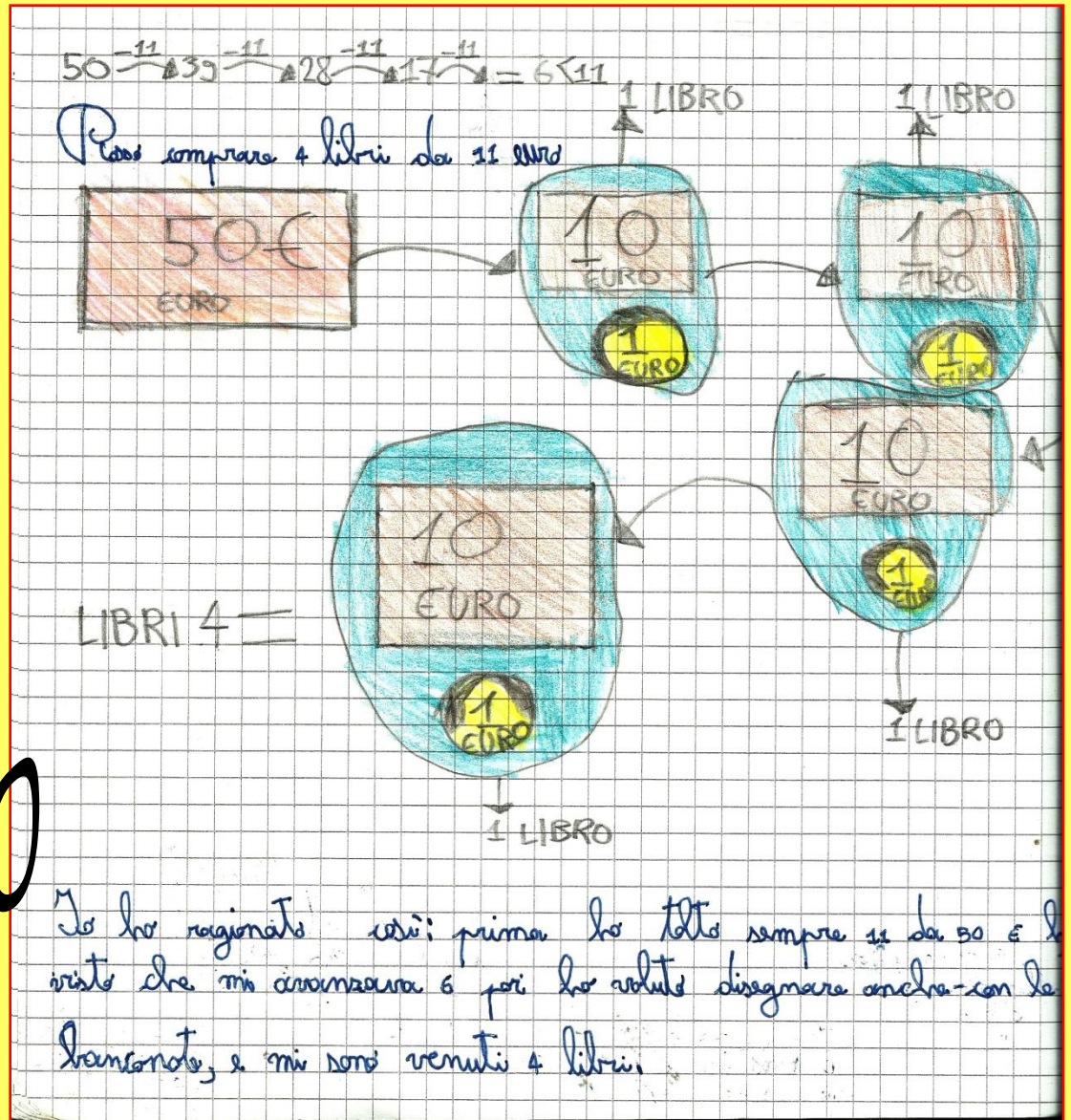
Io ho immaginato di avere visto dei libri che costano 11€, ma io ho in mano 50€.

*Ragionamento:*

Da 50 ho tolto sempre 11 finché era possibile, e alla fine ho visto che potevo comprare 4 libri.

# TERZO

# PROTOCOLLO



I tre alunni non usano la divisione operazione che non conoscono nell'algoritmo operativo, ma di cui acquisiranno pian piano il concetto utilizzando il raggruppare unito a operazioni che hanno già un senso per loro.

Negli esempi riportati i bambini raggruppano e tolgono.

Togliendo **SVUOTANO PROGRESSIVAMENTE** il dividendo anticipando ciò che avviene nell'algoritmo esecutivo di questa operazione

La maggioranza dei bambini come abbiamo visto procede così :

*“Spendo 11 euro ed è già un libro; poi ancora 11 euro per un altro libro ed ho già speso 22 euro;...”*

Altri procedono così:

*“Da 50 euro tolgo 11 euro ed ho già comprato un libro e mi restano 39 euro; tolgo altri 11 euro...”*

La situazione problematica  
richiama uno dei due significati  
della divisione, cioè quello del  
CONTENERE che spesso non viene  
riconosciuto dai bambini come  
ragionamento di divisione in  
quanto estraneo alla semantica del  
“dividere” secondo il senso  
comune

Tuttavia il bambino dovrà pervenire a riconoscere nell'operazione di divisione il modello matematico adeguato alla situazione problematica di continenza sopra illustrata, anche perché l'algoritmo utilizzato usualmente per il calcolo scritto della divisione fa riferimento alla semantica della "continenza"



E' necessario abituare i bambini a verbalizzare in modo preciso il ragionamento seguito, aiutandoli, se è il caso, nella rappresentazione numerica della strategia di calcolo adottata; in tal modo si potrà far pervenire gli alunni al riconoscimento di affinità tra l'operazione di ripetere

(attraverso l'addizione o la sottrazione) un numero inizialmente sconosciuto di volte un numero conosciuto fino a raggiungere il valore desiderato e il procedere per tentativi, impiegato nei problemi di ripartizione, in cui è sconosciuto il valore da ripetere un numero di volte conosciuto

Presentiamo un problema con una chiara situazione di ripartizione, usiamo un numero abbastanza grande in modo da stimolare i bambini a mettere in atto una strategia di calcolo che proceda per tentativi.

*Alla festa dello sport si sono iscritti 180 ragazzi, gli organizzatori suddividono i partecipanti in 5 squadre tutte di ugual numero.*

*Da quanti ragazzi è formata ciascuna squadra?*

E' necessario fare particolare attenzione a quanto riportato per scritto dai ragazzi anche nei problemi di divisione come ripartizione dove il procedere per tentativi prevede una difficoltà maggiore in quanto risulta essere sconosciuto il valore da ripetere e assume particolare valenza, invece, la capacità dei bambini di individuare e stimare la quantità che si ripete.

*“ L’insegnante deve aver cura di osservare attentamente le strategie di calcolo che i bambini mettono in atto nella risoluzione di problemi riguardanti la divisione, senza cedere alla tentazione di avviare gli alunni precocemente ad una tecnica di calcolo scritto.*

*Noterà che inizialmente tenderanno ad emergere due strategie di ragionamento operativo generali: la pratica di ripartire un “mucchio” di oggetti distribuendoli equamente, attraverso la manipolazione o il ricorso al disegno (si tratta di una strategia che comporta il rischio, soprattutto se insegnata, di essere assunta dai bambini più deboli come l’unica strategia presa in considerazione, bloccandoli appena i valori numerici la rendono ingestibile); la pratica del procedere per tentativi, che appare dapprima nei problemi di “ripartizione” e che poi si estende anche ai problemi di contenenza.*

Compito dell’insegnante, attraverso momenti di confronto fra le strategie utilizzate nella classe, è di far emergere il valore più generale del secondo tipo di strategie.

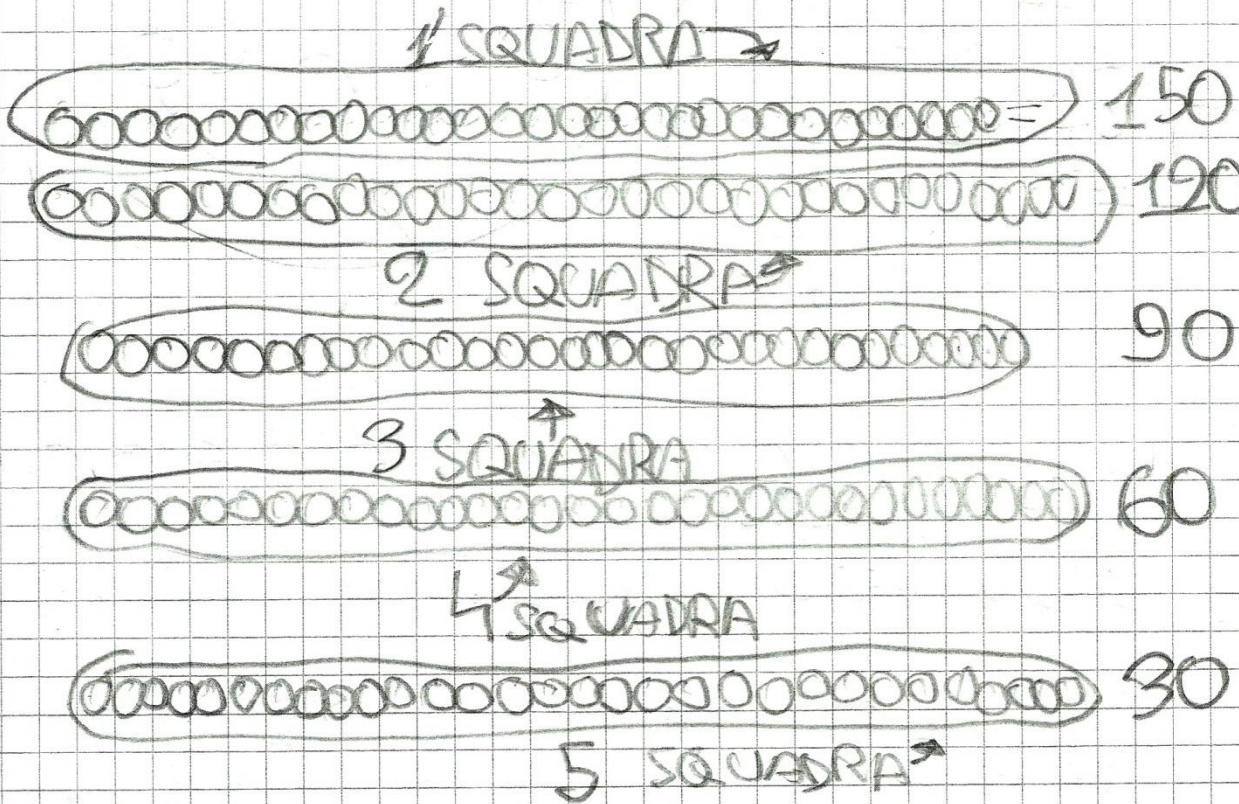
Ecco alcuni protocolli che riportano il tentativo dei bambini di passare dall'una all'altra strategia



In questo caso vengono disegnate 180 palline che rappresentano i 180 bambini e vengono costruiti gruppetti di 5 palline ciascuno.

verranno poi contati i gruppetti ottenuti e si troverà così il numero delle squadre.  
STRATEGIA CORRETTA MA INCLINE AD ERRORI DI CONTEGGIO.

NON EFFICACE



In questo caso, invece il bambino comincia a lavorare per tentativi ipotizzando che ogni squadra possa essere composta da 30 bambini e disegna le squadre.

....

ogni volta che ne disegna una SVUOTA il numero 180 di 30, ma si perde nel conteggio.....

*Agendo all'interno di situazioni problematiche sempre più impegnative, i bambini tenderanno ad abbandonare la pratica del disegnare gli oggetti cominciando ad orientarsi verso la strategia del procedere per tentativi*  
*Ne sono un significativo esempio i protocolli successivi.*



5) PROVA A SPIEGARE COME POTRESTI FARE PER SAPERE DA QUANTI RAGAZZI È FORMATA 1 SQUADRA.

PRIMA DI TUTTO DISEGNO PROVO DA 20 A 40

O = RAGAZZI PROVO A FARE 20 RAGAZZI IN OGNI SQ.

$$\begin{array}{cccccc} 20 & + & 20 & = & 40 & + & 20 & + & 20 & = & 80 & + & 20 & = & 100 \\ | & & | & & | & & | & & | & & | & & | & & | \\ 10 & & 20 & & 30 & & 40 & & 50 & & & & & & \\ \text{SQU} & & \text{SQU} & & \text{SQU} & & \text{SQU} & & \text{SQU} & & & & & & \end{array} \quad \text{NO}$$

ORA PROVO CON 30

$$\begin{array}{cccccc} 30 & + & 30 & = & 60 & + & 30 & = & 90 & + & 30 & = & 120 & + & 30 & = & 150 \\ | & & | & & | & & | & & | & & | & & | & & | & & | \\ 10 & & 20 & & 30 & & 40 & & 50 & & & & & & & & \\ \text{SQU} & & \text{SQU} & & \text{SQU} & & \text{SQU} & & \text{SQU} & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & & & & & & & & & \end{array} \quad \text{NO}$$

$$\begin{array}{cccccc} 40 & + & 40 & = & 80 & + & 40 & = & 120 & + & 40 & = & 160 & + & 40 & = & 200 \\ | & & | & & | & & | & & | & & | & & | & & | & & | \\ 10 & & 20 & & 30 & & 40 & & 50 & & & & & & & & \\ \text{SQU} & & \text{SQU} & & \text{SQU} & & \text{SQU} & & \text{SQU} & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & & & & & & & & & \end{array} \quad \text{NO}$$

$$\begin{array}{cccccc} 35 & + & 35 & = & 70 & + & 35 & = & 105 & + & 35 & = & 140 & + & 35 & = & 175 \\ | & & | & & | & & | & & | & & | & & | & & | & & | \\ 10 & & 20 & & 30 & & 40 & & 50 & & & & & & & & \\ \text{SQU} & & \text{SQU} & & \text{SQU} & & \text{SQU} & & \text{SQU} & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & & & & & & & & & \end{array} \quad \text{NO}$$

$$\begin{array}{cccccc} 25 & + & 25 & = & 50 & + & 25 & = & 75 & + & 25 & = & 100 & + & 25 & = & 125 \\ | & & | & & | & & | & & | & & | & & | & & | & & | \\ 10 & & 20 & & 30 & & 40 & & 50 & & & & & & & & \\ \text{SQU} & & \text{SQU} & & \text{SQU} & & \text{SQU} & & \text{SQU} & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & & & & & & & & & \end{array} \quad \text{NO}$$

$$\begin{array}{cccccc} 36 & + & 36 & = & 72 & + & 36 & = & 108 & + & 36 & = & 144 & + & 36 & = & 180 \\ | & & | & & | & & | & & | & & | & & | & & | & & | \\ 10 & & 20 & & 30 & & 40 & & 50 & & & & & & & & \\ \text{SQU} & & \text{SQU} & & \text{SQU} & & \text{SQU} & & \text{SQU} & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & & & & & & & & & \end{array} \quad \text{SI}$$

Provo con 20 alunni per squadra arrivo a 100.....è troppo poco

Ora provo con 30 bambini per squadra...arrivo a 150...è ancora troppo poco.....

Provo con 40 bambini per squadra, ora arrivo 200....è troppo e così via .....fino a capire che il numero corretto di bambini per squadra sta fra il 30 e il 40.....

Ed è 36



# il valore del procedere per tentativi

3. Bisogna imparare a "disegnare" in un modo più veloce e adatto.

Per esempio con i numeri ed una tabella

	1° squadra	2° squadra	3° squadra	4° squadra	5° squadra	Totale ragazzi sistemati
Provo con 10	10	10	10	10	10	50
Altri 10	10	10	10	10	10	50
Atri 10	10	10	10	10	10	50
<b>TOTALI IN OGNI SQUADRA</b>	<b>30</b>	<b>30</b>	<b>30</b>	<b>30</b>	<b>30</b>	<b>150</b>

Ho sistemato 150 ragazzi. 30 ragazzi per ogni squadra

Devo sistemarne ancora 30 perché  $180 - 150 = 30$  Devo, cioè, dividere nelle 5 squadre i 30 ragazzi che rimangono

# Un nuovo problema

Massimo ha invitato al suo compleanno 5 amiche e 8 amici.

La mamma ha pensato di fare un piccolo dono a tutti gli invitati per ringraziarli della partecipazione.

Ha deciso di regalare un mazzetto di figurine ma invece di comprarle chiede a Michele, il fratello maggiore di Massimo, se ha conservato le figurine di quando era piccolo e se vuole offrirle in dono.

Naturalmente Michele accetta e prende una scatola contenente 100 figurine.

La mamma esce a comprare tutto l'occorrente per la festa e lascia a Massimo il compito di fare i mazzetti di figurine.

Massimo è nei guai perché vorrebbe dare a ciascuno lo stesso numero di figurine ma non sa come fare per trovare il numero esatto.

Prova ad aiutarlo.

Intanto unisco gli invitati

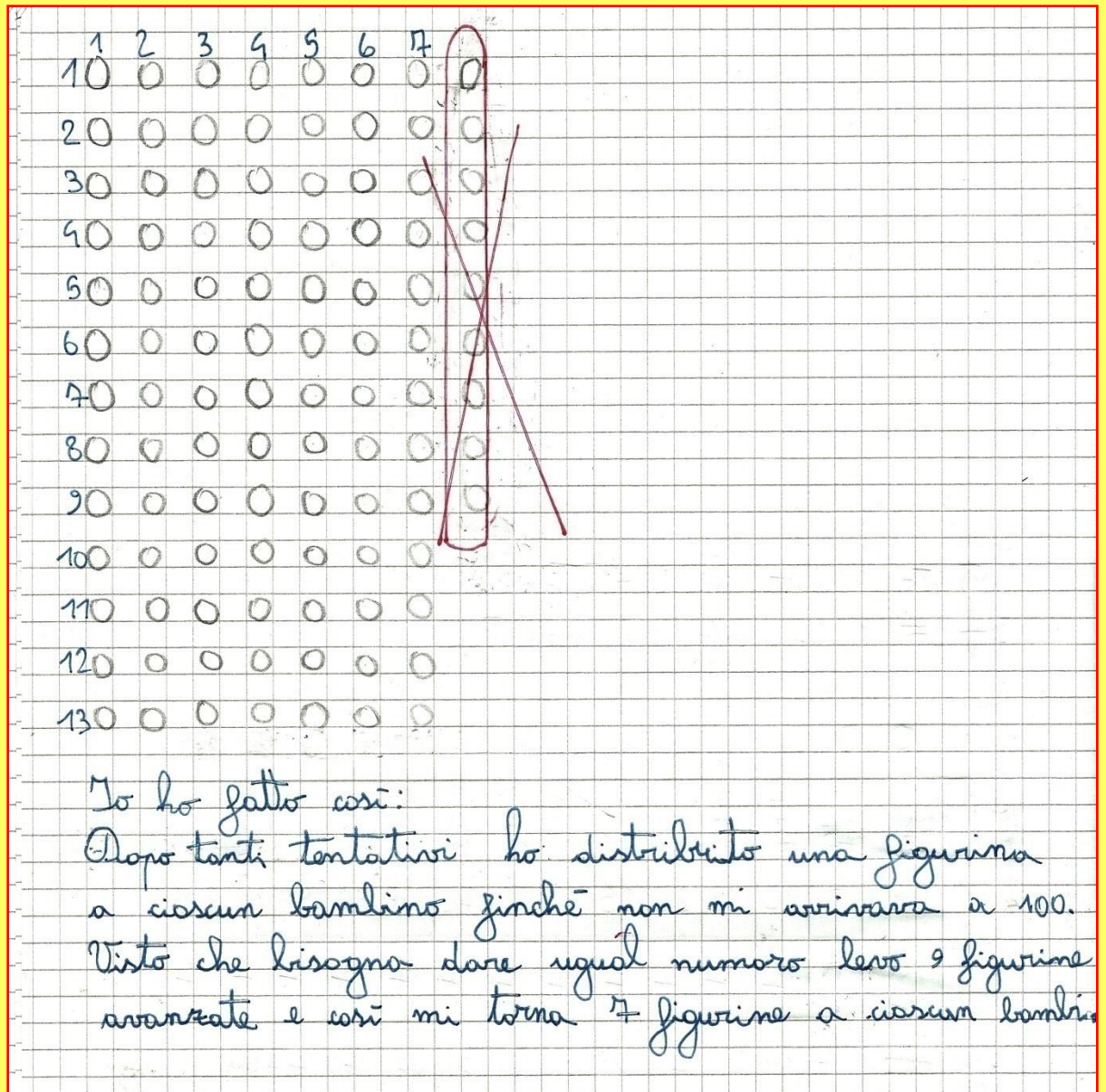
$5+8=13$  ci sono 13 invitati

○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○

PROVO CON	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
==	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65
PROVO CON	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
==	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70	77	84	91
PROVO CON	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
==	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	66	72	78
PROVO CON	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
==	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80	88	96	104
PROVO CON	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9
==	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90	99	108	117

Altro ottimo esempio di procedura per tentativi dove il bambino non si accorge di essere arrivato con correttezza al risultato dopo 2 soli tentativi..... e va avanti.....

...ricorre in  
seconda  
battuta alla  
strategia del  
disegno.....  
che riesce a  
dominare  
attraverso la  
disposizione  
schierata dei  
bambini  
rappresentati  
dalle palline



NoDo1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13		
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	6
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	78
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	91
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	<del>1</del>	<del>1</del>	<del>1</del>	<del>1</del>	9
								100						

Ho fatto così:

ho dato 5 figurine ad ogni bambino poi ho visto che avevo dato solo 65 figurine allora sono andato avanti ancora per 1, quando sono arrivato a 100 mi sono accorto che 9 delle figurine erano avanzate

ad ogni bambino da **7** delle figurine di Michele.



Solo quando i bambini sanno muoversi bene nella soluzione di questi problemi adoperando tutte le operazioni che conoscono,,,,,si può introdurre l'algoritmo della divisione.

Dicendo loro che.....

IN MATEMATICA C'E' un'altra operazione  
CHE RAPPRESENTA LE SITUAZIONI PROBLEMATICHE  
come quelle fino ad ora descritte.

L'operazione è la seguente  $100 : 13 =$

Si legge CENTO DIVISO TREDICI.

QUESTA NUOVA OPERAZIONE SI CHIAMA

# DIVISIONE

In colonna la  
DIVISIONE

si può

eseguire così:

100-	13
<u>13</u>	1
87-	
<u>13</u>	1
74-	
<u>13</u>	1
61-	
<u>13</u>	1
48-	
<u>13</u>	1
35-	
<u>13</u>	1
22-	
<u>13</u>	1
9	
9	7
0	

RESTANO 9 FIGURINE CHE

7 FIGURINE PER CIASCUN INVITATO

# Mi esercizio

Mi esercizio

$$37 : 8 = 4 \text{ resto } 5$$

37	8
8	1
29	
8	1
21	
8	1
13	
8	1
5	4

$$127 : 11 = 11 \text{ resto } 6$$

127	11
11	1
116	
11	1
105	
11	1
94	
11	1
83	
11	1
72	
11	1
61	
11	1
50	
11	1
39	
11	1
28	
11	1
17	
11	1
6	

.....e scopro che la divisione come sottrazione ripetuta può essere molto lunga.....così lunga che è difficile portarla a termine senza errori.....

Come si potrebbe fare per rendere più  
veloce l'esecuzione in colonna della  
divisione?

**DISCUTIAMOI**

## OSSERVIAMO ATTENTAMENTE LA DIVISIONE E RIFLETTIAMO:

- È FACILE DA ESEGUIRE.
- SE SAPPIAMO CALCOLARE NON CI CONFONDIAMO.
- È VERAMENTE TROPPO LUNGA E IMPIEGHIAMO TROPPO TEMPO PER ESEGUIRE

RAGIONIAMO INSIEME:

"COME SI POTREBBE FARE PER RENDERE PIÙ VELOCE L'ESECUZIONE DELLA DIVISIONE?"

PROVIAMO A FARE DELLE IPOTESI.

1) PER DIVIDERE  $88:8$  POTREMMO USARE LA TABELLINA DELL'OTTO

2) POTREMMO TOGLIERE TANTE VOLTE 8 CON UNA SOLA SOTTRAZIONE XXXX DIC  
CON UN SOLO SCATTO. FACCIAMO DEGLI ESEMPI:

SE INVECE DI TOGLIERE 8 TOLGO 80, QUANTE VOLTE HO TOLTO L'8?

HO TOLTO 8 10 VOLTE PERCHÉ  $8 \times 10 = 80$ .

$8 \times 10$  SIGNIFICA  $\rightarrow$  8 RIPETUTO 10 VOLTE CIOÈ  $8+8+8+8+8+8+8+8+8+8$

SE TOLGO 64, QUANTE VOLTE HO TOLTO L'8? HO TOLTO 8 8 VOLTE PERCHÉ

$8 \times 8$  FA 64.

$$110 : 9 = 12 \text{ resto } 2$$

110-	9
<u>90</u>	$9 \times 10 = 90$
20-	$9 \times 2 = 18$
<u>18</u>	
2	

$$346 : 12 = 28 \text{ resto } 10$$

346-	12
<u>120</u>	$12 \times 10 = 120$
226-	$12 \times 10 = 120$
<u>120</u>	
106-	$12 \times 10 = 120$
<u>120</u>	$12 \times 1 = 12$
16-	
<u>12</u>	
4	

$$290 : 20 = 14 \text{ resto } 10$$

290-	20
<u>200</u>	$20 \times 10 = 200$
90-	$20 \times 4 = 80$
<u>80</u>	
10	

$$315 : 15 =$$

315-	15
<u>150</u>	$15 \times 10 = 150$
165-	
<u>150</u>	
15	

APPLICHIAMO

# Siamo in quarta.....

01 \ 10 \ 2014

Leggi con attenzione, rifletti, rappresenta, Scrivi il ragionamento che seguirà per trovare la soluzione indicando la o le operazioni matematiche necessarie.

LA CLASSE 4<sup>°</sup>E DELLA SCUOLA PRIMARIA DI SCARPERIA, SI RECHERD' PRESTO, IN GITA SCOLASTICA A PISA.

IL COSTO GLOBALE DELLA GITA È DI 324€.  
LA CLASSE 4<sup>°</sup>E È COMPOSTA DA 18 ALUNNI.  
QUANTO DOVRÀ PAGARE CIASCUN ALUNNO?



$$\begin{array}{r|l}
 324 \div 18 & \\
 \hline
 180 & 18 \times 10 = 180 \\
 \hline
 144 & 18 \times 8 = 144 \\
 \hline
 144 & \\
 \hline
 0 & 
 \end{array}$$

## OPERAZIONE INVERSA

$$\begin{array}{r}
 \textcircled{14} 18 \times \\
 6 = \\
 \hline
 108
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 \textcircled{16} 18 \times \\
 6 = \\
 \hline
 108
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 \textcircled{17} 18 \times \\
 6 = \\
 \hline
 108
 \end{array}$$

$$100 + 100 + 100 = 300$$

$$8 + 8 + 8 = 24$$

$$324$$

Io, ragiono così.....

E  
S  
P  
I  
E  
G  
O  
  
C  
O  
S  
I  
.  
.

Per prima cosa ho provato a fare la divisione  $324 : 18$  perché 324 sono gli euro da dividere, mentre 18 sono i bambini e quindi mi è venuta questa operazione e mi è venuto fuori il risultato 18, **MA NON ERO SICURO.**

E allora ho fatto l'operazione inversa cioè la moltiplicazione  $18 \times 18$  che però ho sperperato

**IN 3 MINI OPERAZIONI CHE SONO  $18 \times 6$  RIPETUTO 3 VOLTE** e mi è venuto tutte e 3 le volte mi è tornato  $108 + 108 + 108$  poi dai 108 ho preso tutti gli 8 e gli 0 moltiplicati e mi è venuto 24 e poi ho preso tutti i 100 e mi è venuto 300 e poi ho fatto  $300 + 24$  e mi è venuto 324.

# Verifiche apprendimenti

Continuiamo a ritenere che valutare significhi documentare il processo di apprendimento degli allievi e i risultati da essi ottenuti. Per far questo è necessario avere a disposizione elementi significativi su cui fondare la valutazione. Per la raccolta di tali elementi ci riferiamo sostanzialmente a 3 strumenti:

## **Osservazione dei comportamenti degli alunni**

rilevati attraverso:

- griglie strutturate
- diario didattico dell'insegnante in cui periodicamente vengono trascritte osservazioni e riflessioni .

**Quaderno di lavoro individuale degli alunni.** E' lo strumento di valutazione per eccellenza in quanto raccoglie le descrizioni, le riflessioni, i ragionamenti dei ragazzi e il loro sviluppo nel tempo, la loro capacità di prevedere, di ipotizzare, di arrivare a conclusioni più o meno significative.

**Prove strutturate proposte con cadenza mensile o bimensile.** Nel caso specifico del percorso sulla divisione le prove strutturate proposte sono state di 2 tipologie:

- applicazione dell'algoritmo operativo della divisione per svuotamento del dividendo
- somministrazione di situazione problema da risolvere.

# Verifiche apprendimenti

Risultano proposte significative situazioni problema come la seguente (*UMI 2001*) :

*Una pubblicità per un fuoristrada afferma che il prezzo e' di 32000 euro e che lo si può pagare in 18 comode rate.*

*Quanto si deve pagare per ogni rata?*

Da proporre in 4 primaria

# Risultati ottenuti (analisi critica in relazione agli apprendimenti degli alunni.)

Il percorso riesce a dare un contributo altamente positivo alla costruzione dei significati fondamentali della divisione e propone l'introduzione di una procedura di calcolo scritto dell'operazione profondamente innovativa. Tale procedura, presentata dopo la costruzione dei significati del dividere, consente ai bambini di operare comprendendo che i risultati delle sottrazioni rappresentano la parte del dividendo che è ancora da dividere e riesce a dare senso al resto della divisione. Inoltre è indifferente l'entità del divisore (se a una o più cifre).

Ben altro rispetto all'apprendimento formale e meccanico a cui induce la tecnica tradizionale presentata senza il necessario intreccio con le strategie spontanee del dividere che questo percorso stimola ad usare.

Significativo risulta anche il forte contributo all'acquisizione di strategie che aiutano e sviluppano le abilità di calcolo orale ( questo particolare aspetto è in corso di approfondimento all'interno del laboratorio di ricerca).

# *Valutazione dell'efficacia del percorso didattico sperimentato in ordine alle aspettative e alle motivazioni del Gruppo di ricerca LSS*

Un percorso che affrontasse la costruzione del concetto e della procedura della divisione in modo laboratoriale, era atteso da tempo dai docenti del gruppo di ricerca, proprio per le difficoltà che gli allievi, in gran numero, hanno sempre manifestato nell'uso e nella tecnica di questa operazione. Ciò che gli insegnanti hanno maggiormente apprezzato del percorso documentato è l'uso sistematico della verbalizzazione scritta individuale delle riflessioni degli alunni e la loro messa in discussione .

Attraverso la discussione delle produzioni individuali, infatti, ciascun allievo costruisce un sapere nuovo, significativo, sempre più completo.

Il verbalizzare e il discutere su quelle verbalizzazioni, in modo costante e organico, sviluppa l'attitudine al ragionamento prerequisito fondamentale per future attività di tipo dimostrativo.

Istituto Comprensivo di Barberino M.Ilo

2012\2013 2013\2014